

LA MATEMATICA FINANZIARIA DELLE ASSICURAZIONI SULLA VITA

**Aspetti applicativi e
recenti sviluppi**

IL RISCHIO COME AFFARE

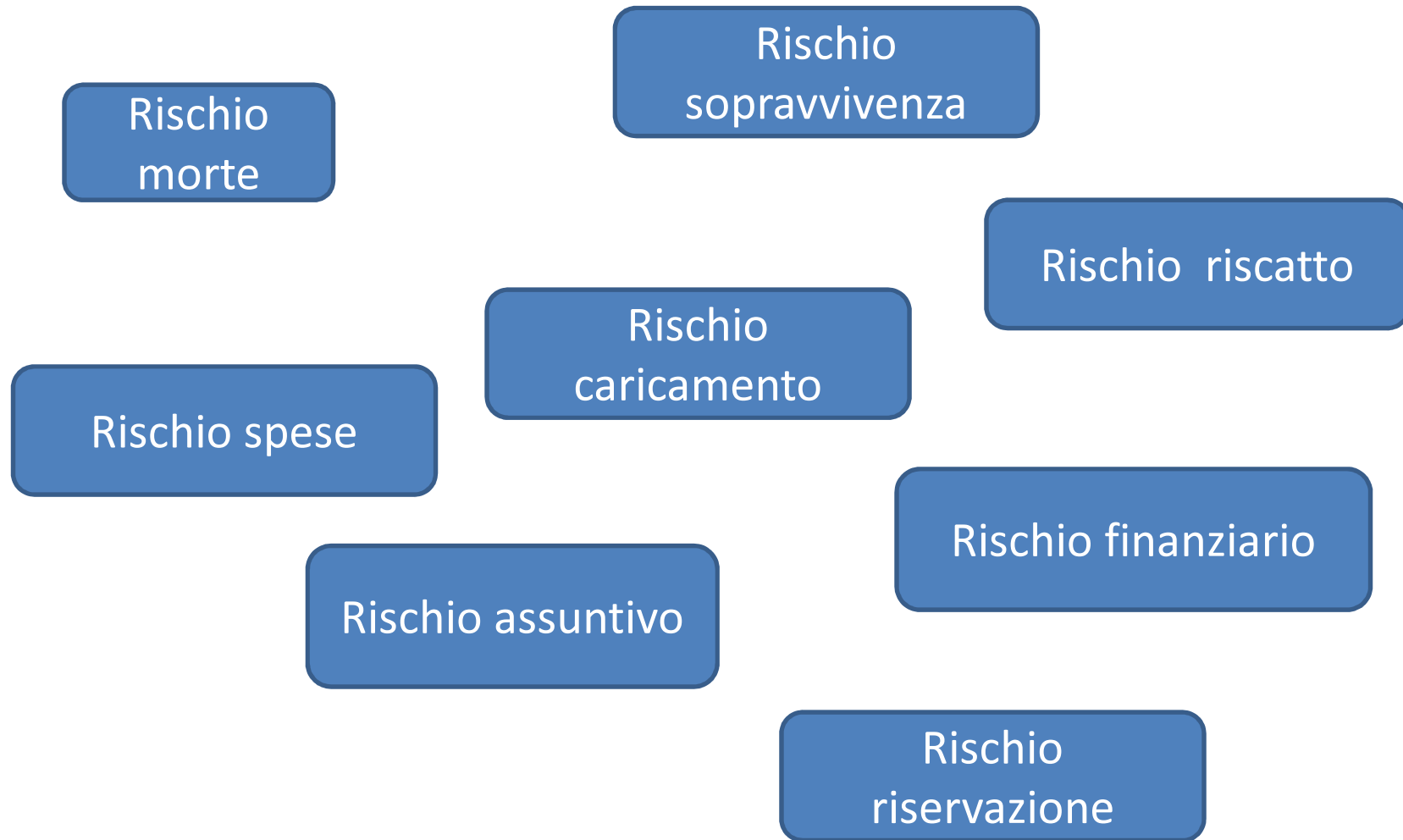
ALLA BASE DEL BUSINESS DI UNA
COMPAGNIA DI ASSICURAZIONI C'È IL
RISCHIO

*LA PROBABILITÀ È ALLA BASE DEL
BUSINESS ASSICURATIVO*

1. CONSAPEVOLEZZA DEI RISCHI

2. CRITERIO DELLA PRUDENZA

Consapevolezza dei rischi



Operazioni finanziarie aleatorie

ε evento aleatorio

X guadagno

π premio

S pagamento

$$p = P(\varepsilon)$$

p = la probabilità che
si verifichi l'evento ε

Principali elementi in un contratto vita

Assicurato contraente beneficiario

Prestazione assicurata

Premio puro e premio di tariffa

Tasso tecnico

Tasso demografico

Le funzioni biometriche

x età di un individuo

l_x è il numero dei viventi all'età x
funzione di sopravvivenza

d_x è il numero di decessi tra l'età x e l'età $x+1$
funzione di mortalità

Numero di decessi tra l'età x e l'età $x+1$
 $d_x = l_x - l_{x+1}$

p_x è la probabilità di sopravvivere tra l'età x e $x+1$

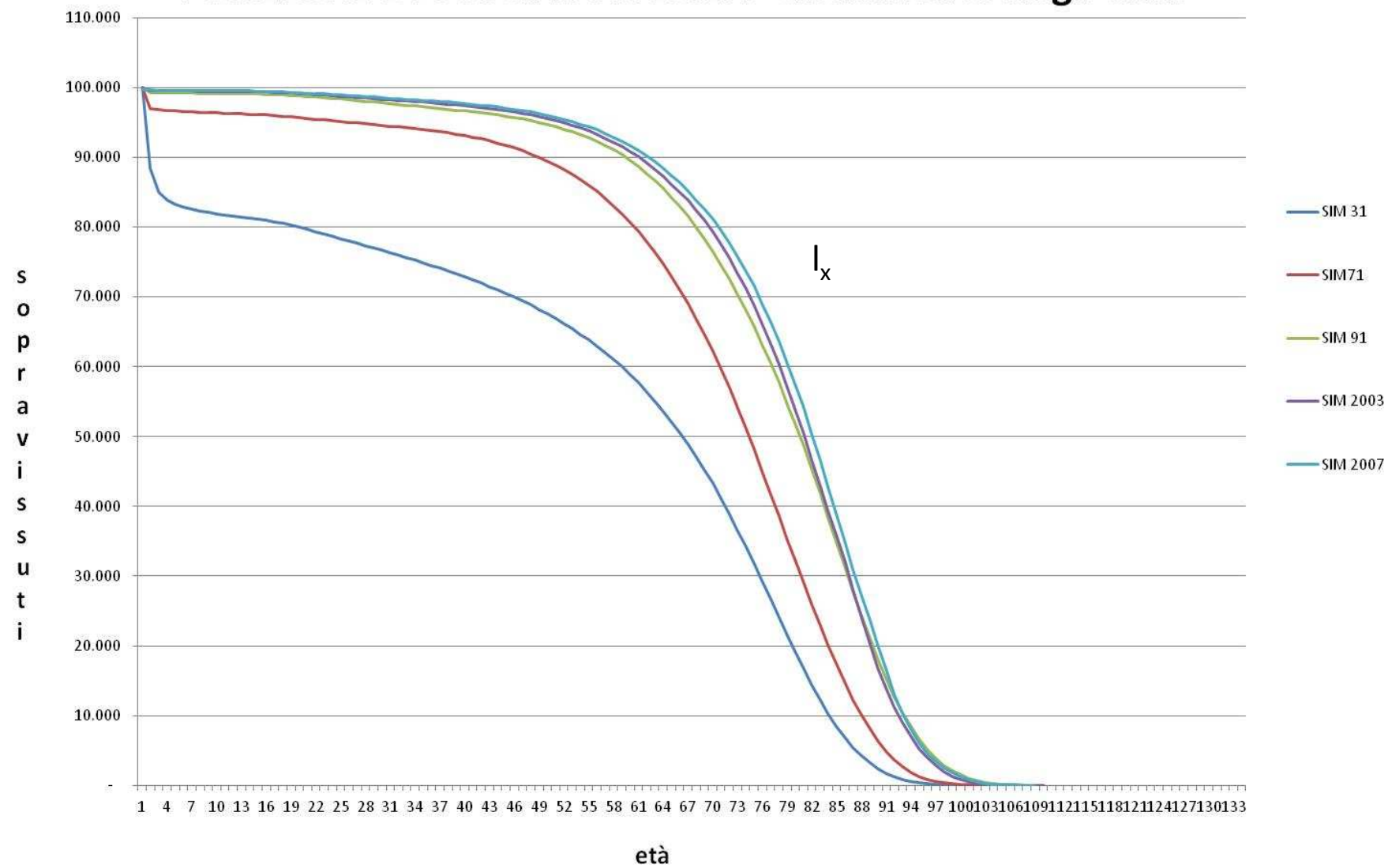
$$p_x = (l_{x+1})/l_x$$

q_x è la probabilità per un individuo di età x di morire tra l'età x e l'età $x+1$

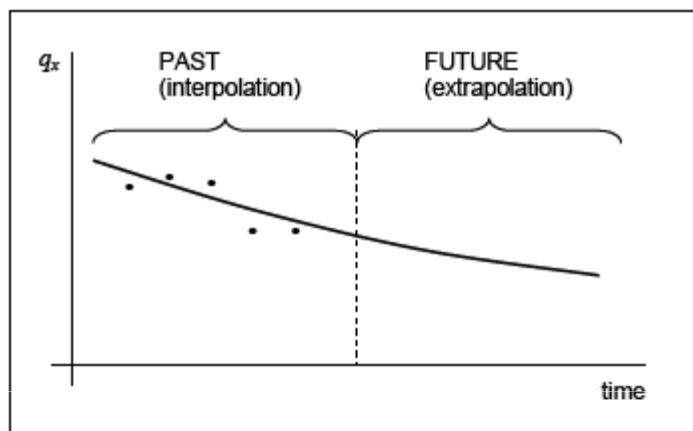
$$q_x = (l_x - l_{x+1})/l_x = d_x / l_x$$

$$p_x + q_x = 1$$

FUNZIONE DI SOPRAVVIVENZA - andamento negli anni -

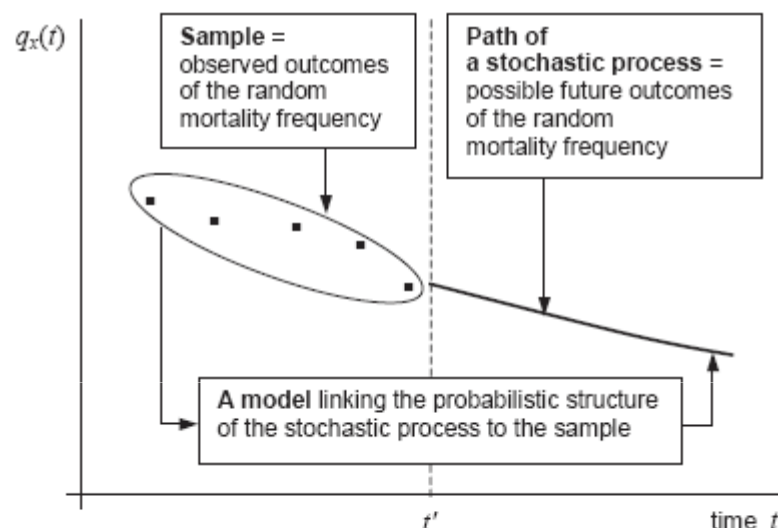


PROIEZIONI DI MORTALITA'



Metodi estrapolativi

- Interpolazione dei trend di mortalità osservati in passato
- Ipotesi: I trend osservati si ripeteranno in futuro, estrapolazione dei trend
- La natura stocastica della mortalità non viene considerata

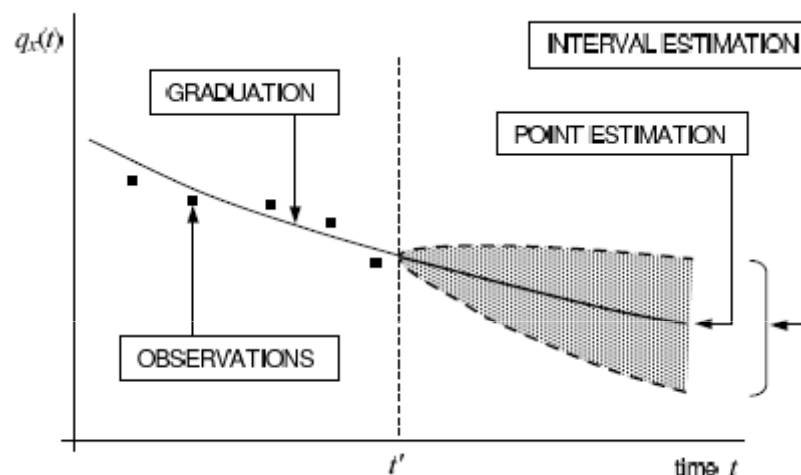


Modelli stocastici

- I tassi di mortalità osservati sono estrazioni di variabili casuali che rappresentano la mortalità passata
- I tassi di mortalità proiettati sono stime di variabili casuali che rappresentano la mortalità futura
- Si definiscono un insieme di ipotesi circa la mortalità e un legame tra osservazioni e proiezioni

I modelli stocastici di proiezione della mortalità

- In un modello stocastico i risultati delle proiezioni forniscono sia stime puntuali che intervalli di confidenza dei futuri tassi di mortalità
- Le principali caratteristiche di uno scenario di mortalità possono essere ben rappresentate
- Esempi di leggi di mortalità: Gompertz, Makeham, Weibull, Heligman-Pollard
- Modelli basati su leggi di mortalità



Modello Lee-Carter e sue estensioni
E' un esempio significativo di approccio stocastico nella proiezione della mortalità
Il tasso centrale di mortalità è modellizzato

Modelli distribution-free

LE RISERVE TECNICHE – DIRETTIVA SOLVENCY II 2009/138/CE

Art. 76: “Il valore delle riserve tecniche corrisponde all’importo attuale che le imprese di assicurazione e di riassicurazione **dovrebbero pagare** se dovessero trasferire immediatamente le loro obbligazioni di assicurazione e di riassicurazione ad un’altra impresa di assicurazione o di riassicurazione.

Il calcolo delle riserve tecniche utilizza coerentemente le informazioni fornite dai mercati finanziari e i dati generalmente disponibili sui rischi di sottoscrizione (**coerenza con il mercato**).

Le riserve tecniche sono calcolate in modo **prudente, affidabile e obiettivo**”.

VALUTAZIONI DELLE ATTIVITA' E PASSIVITA'

- Valutazione degli attivi a copertura degli impegni tecnici
- *Maggior peso del Risk management*
- Valutazione delle riserve tecniche con **marginii prudenziali espliciti e armonizzati**
- Requisiti di capitale:
 - *MCR: Minimum Capital Requirement – livello minimo*
 - *SCR: Solvency Capital Requirement – livello target*

Cambiano i principi della gestione

1.

Riserva = best estimate + risk margin

il Solvency Capital Requirement

2.

Le distribuzioni di probabilità definiscono la qualità del business:

- non più soltanto il valore medio;
- la redditività dipende dalla “forma” della distribuzione

3.

Il modello interno migliora la gestione, e determina nuove responsabilità

4. qualità dei dati, use test, struttura organizzativa

BEST ESTIMATE

- Media ponderata dei flussi di cassa futuri (valore attuale atteso) sulla base della struttura per scadenza di tassi di interesse privi di rischio
- La BE è calcolata al lordo della riassicurazione
- Elementi da considerare nel calcolo:
 - Attualizzazione
 - Inflazione compresa quelle delle spese e dei sinistri
 - Tutti i pagamenti ai contraenti/beneficiari comprese le future partecipazioni agli utili a carattere discrezionale che siano o meno garantiti da contratto (a meno che tali pagamenti non siano classificati come *own funds*)

Modelli statistico attuariali
DETERMINISTICI



BEST ESTIMATE

Modelli statistico attuariali
STOCASTICI



RISK MARGIN

RISK MARGIN

- Costo di costituzione di un importo di fondi propri pari al requisito di solvibilità necessario per far fronte agli impegni presi
- Detta in altri termini il *risk margin rappresenta il premio di rischio che* un altro assicuratore richiederebbe per rilevare gli impegni
- Approccio suggerito dalla direttiva: Cost of Capital :
L'impresa proietta l'SCR fino al *run off del portafoglio*
L'autorità di vigilanza istituisce un CoC factor (es 6%)
Il costo collegato ai futuri SCR è ottenuto moltiplicando gli SCR per il CoC factor, attualizzati al tasso *risk free*

SCR: SOLVENCY CAPITAL REQUIREMENT

Capitale tale da consentire all'impresa di assicurazione di assorbire significative perdite inattese e fornire una ragionevole sicurezza agli assicurati

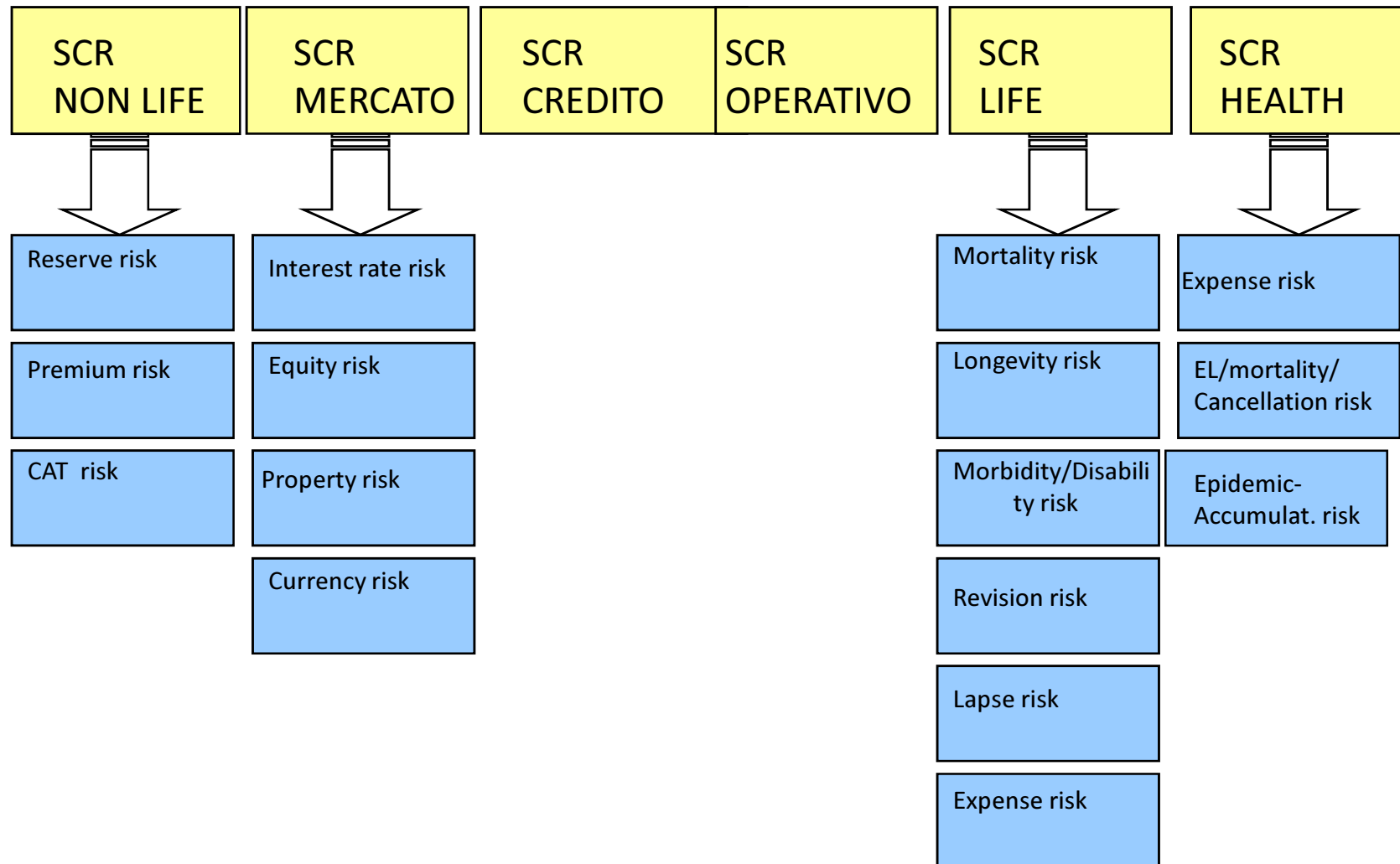
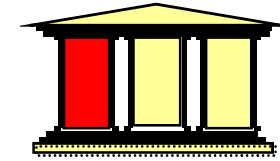
Capitale necessario a far fronte agli impegni esistenti (e a quelli che si presuppone vengano assunti nei 12 mesi successivi) su un dato orizzonte temporale con un predefinito livello di confidenza (tempo = 1 anno, livello di confidenza pari al 99,5%)

Deve inoltre considerare tutti i rischi quantitativi e può essere calcolato tramite formula standard o tramite un modello interno i cui pro e contro sono:

- **Pro: requisiti patrimoniali aderenti al reale profilo di rischio dell'impresa**
- **Contro: costi di sviluppo e risorse umane**

Solvency II sta definendo un radicale cambiamento di logica e di metodologia per il calcolo delle riserve: “sostituire la prudenzialità implicita nelle riserve con la prudenzialità implicita nel requisito di capitale” (SCR).

SOLVENCY CAPITAL REQUIREMENT



La sfida di Bühlmann diventa normativa

Riaffermare l'importanza della probabilità di per sé non basta, se la probabilità non viene utilizzata davvero come linguaggio naturale dell'impresa.

La situazione delle scienze attuariali è emblematica: gli attuari – per professione e per tradizione – hanno vasta dimestichezza col calcolo delle probabilità, eppure per la valutazione dei prodotti (nel “profit test”) e dell'impresa, per la misurazione e il controllo dei rischi finanziari impiegano “ufficialmente” le tecniche dello scenario deterministico.

- Le diagnosi di Bühlmann: [B-02]; [BDFGMW-09]
 - l'impostazione attuariale classica deve essere ridefinita in condizioni di incertezza sulle logiche dell'economia finanziaria; il valore dell'impresa di assicurazione (il cosiddetto “embedded value”) deve essere fondato e calcolato con la logica del “portafoglio replicante”, così come definito nei modelli alla Black e Scholes.
 - non si può seguire la via dei compromessi tecnici: cambiare radicalmente “our cherished traditional actuarial model”.
 - E tutto questo vale non solo per gli attuari delle imprese, ma anche per chi insegna nelle università – ai suoi colleghi professori Bühlmann scrive e raccomanda “to change the basis of your teaching along the principles outlined above”